

Préparation à l'épreuve orale du CAPES interne
(2 h de préparation : 30mn d'exposé et 45mn d'entretien)

Sans utilisation des TICE

TYPE D'ACTIVITÉ PÉDAGOGIQUE :

Synthèse d'une notion.

THÈME :

Triangles isométriques et triangles semblables.

NIVEAU :

Classe de Seconde.

CE DOSSIER COMPREND : une annexe de quatre pages d'exercices.

TRAVAIL DEMANDÉ :

1. Présenter une activité permettant de mobiliser *de façon essentielle* certaines des connaissances qui doivent être acquises sur le thème donné par des élèves de Seconde ;
2. Énoncer les différents cas d'isométrie et de similitude des triangles. Proposer pour l'un des cas, une démonstration de l'énoncé donné - on précisera les pré-requis utilisés ;
3. Résoudre l'exercice suivant. On considère le triangle $A_1A_2A_3$ dont les sommets ont pour affixes dans le plan complexe : $z_1 = 2$, $z_2 = -1 + i\sqrt{3}$, $z_3 = -1 - i\sqrt{3}$ et le triangle $A'_1A'_2A'_3$ dont les sommets ont pour affixes : $z'_1 = 2i$, $z'_2 = -\sqrt{3} - i$ et $z'_3 = \sqrt{3} - i$. Que peut-on dire de ces deux triangles ?

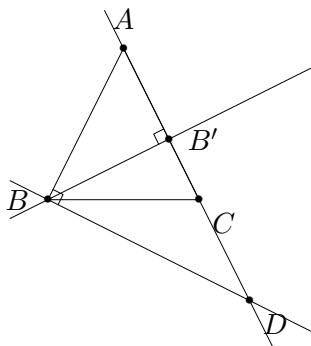
SUR LA FICHE D'EXPOSÉ, ON INDIQUERA :

1. La rédaction précise d'au moins l'un des exercices proposés dans l'annexe ;
2. La rédaction d'un exercice, destinés à des élèves de Seconde, illustrant un contre-exemple à l'énoncé : Si deux triangles du plan ABC et $A'B'C'$ ont deux angles et un côté respectivement égaux, alors ils sont isométriques.

ANNEXE

Exercice I.

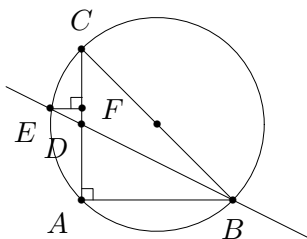
ABC est un triangle isocèle de sommet principal A . Le point B' est le pied de la hauteur issue de B ; D est le point d'intersection de (AC) et de la perpendiculaire à (AB) passant par B .



Démontrer que $AC^2 = AB' \times AD$.

Exercice II.

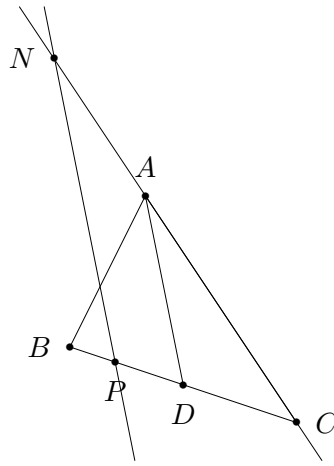
ABC est un triangle isocèle rectangle inscrit dans le demi-cercle de diamètre $[BC]$. Soit D le milieu de $[AC]$; la droite (BD) recoupe le demi-cercle en un point noté E . Soit F le projeté orthogonal de E sur (AC) .



- 1) Démontrer que les triangles ADB , DEF et FEC sont semblables.
- 2) En déduire que : $EF = 2DF$, $FC = 2EF$.

Exercice III.

ABC est un triangle quelconque, D est le milieu de $[BC]$. Soit P un point de $[BC]$. La parallèle à (AD) passant par P coupe (AB) en M et (AC) en N .



1) Démontrer que les triangles ACD et NCP sont semblables. En déduire que

$$PN = \frac{AD \times CP}{CD}.$$

2) Démontrer de même que BMP et BAD sont semblables. En déduire que

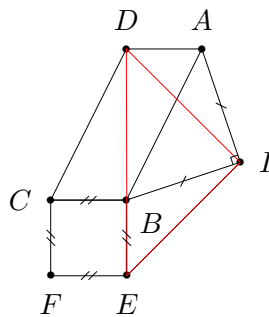
$$PM = \frac{AD \times BP}{BD}.$$

3) Dédurre des questions précédentes que :

$$PM + PN = 2AD.$$

Exercice IV.

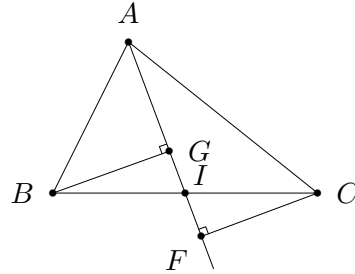
$ABCD$ est un parallélogramme. On construit, comme dans la figure ci-dessous, le triangle AIB isocèle rectangle en I , et le carré $BECF$.



- 1) Démontrer que les triangles AID et BIE sont isométriques.
- 2) Démontrer que le triangle DIE est isocèle rectangle.

Exercice V.

Soit ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$. Les points G et F sont les projetés orthogonaux respectivement de B et de C sur (AI) .

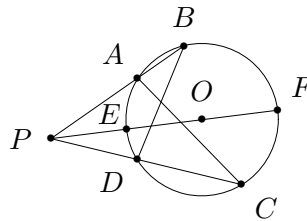


- 1) Démontrer que $BG = CF$.
- 2) Retrouver ce résultat en utilisant une transformation.
- 3) Énoncer ce résultat sous la forme d'un théorème.

Exercice VI.

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre O , de rayon R et P un point n'appartenant pas à $\mathcal{C}$. On pose $PO = d$.

- 1) Par le point P , on mène deux sécantes au cercle, l'une coupe $\mathcal{C}$ en A et B , l'autre en C et D , comme dans la figure ci-dessous.



- a) Construire un autre cas de figure conforme aux hypothèses de l'énoncé.
- b) Démontrer que les triangles PDB et PAC sont semblables. En déduire que $PA \times PB = PC \times PD$.

Le nombre $PA \times PB$, indépendant de la sécante choisie, s'appelle la puissance du point P par rapport au cercle $\mathcal{C}$.

- 2) Pour préciser cette valeur on considère la sécante qui passe par O et qui coupe $\mathcal{C}$ en E et F . Exprimer le produit $PE \times PF$ en fonction de d et de R . On étudiera les deux cas possibles pour la position du point P par rapport au cercle $\mathcal{C}$. En déduire la valeur de la puissance de P par rapport à $\mathcal{C}$.

- 3) Lorsque p est extérieur à $\mathcal{C}$, soit T le point de contact d'une tangente issue de P à $\mathcal{C}$. Construire la tangente (PT) à la règle et au compas, et montrer que $TP^2 = PE \times PF$.
- 4) **Application** : construire à la règle et au compas un segment de longueur x vérifiant $ab = cx$, où a, b et c sont des nombres strictement positifs donnés.

Exercice VII.

Soit γ un demi-cercle de diamètre $[AB]$ et D un point de ce demi-cercle. Sur la demi droite $[AD)$ on considère le point C tel que $AC = BD$, et sur la demi-droite perpendiculaire en A à (AB) qui appartient au demi-plan déterminé par (AB) contenant γ , on considère le point E tel que $AE = AB$.

- 1) Faire la figure correspondante.
- 2) Montrer que les triangles ABD et AEC sont isométriques.
- 3) Quel est le lieu du point C lorsque le point D parcourt γ ?