

L'exercice

1. Calculer la longueur des diagonales d'une feuille de format A4 (arrondir au mm près).

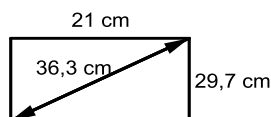
Une feuille au format A4 est une feuille rectangulaire dont les côtés ont pour longueurs 21 et 29,7 en centimètres. Le calcul de la longueur d'une diagonale donne (en cm) $\sqrt{21^2 + 29,7^2} = 36,3$ en arrondissant au millimètre par défaut et 36,4 en arrondissant au millimètre par excès.

2. Pendant le cours d'arts plastiques, Alphonse propose une feuille à Géraldine en lui certifiant qu'elle est bien de format A4. Sceptique, Géraldine préfère vérifier. Les mesures des côtés correspondent bien aux dimensions d'une feuille de format A4 et la longueur d'une diagonale est exactement de 36,3 cm. Que peut-elle conclure? (justifier).

Géraldine vérifie les longueurs des côtés et, d'après *l'égalité de Pythagore*, la mesure de la longueur d'une diagonale faite par Géraldine étant l'une des valeurs arrondies de la longueur d'une diagonale trouvée en q1, on peut conclure que les angles formés par deux coins opposés de la feuille sont des angles droits. Mais, les longueurs des côtés opposés étant égales, la feuille est un parallélogramme. Un parallélogramme avec un angle droit étant un rectangle, on peut conclure que la feuille est une feuille au format A4.

Les solutions proposées par des élèves :

Élève 1 :



- 1)
- 2) C'est bien une feuille A4.

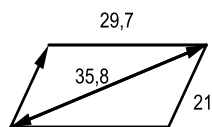
Élève 2 :

- 1) C'est 36,3 cm et 36,4 cm pour les 4 diagonales
- 2) Elle peut conclure que c'est presque une feuille de format A4, donc c'est bon.

Élève 3 :

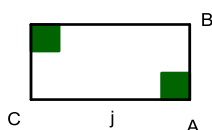
- 1) $21^2 + 29,7^2 = 441 + 841 = 1282$
 $\sqrt{1282} \approx 35,80502758$

Les diagonales mesurent 35,8 cm 2) Ce n'est pas une feuille de format A4, c'est peut-être un parallélogramme



Élève 4 :

- 1) D'après le théorème de Pythagore comme il y a un angle droit (feuille rectangulaire), on a :



$$BC^2 = BA^2 + AC^2$$

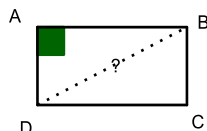
$$BC^2 = 21^2 + 29,7^2$$

$$BC^2 = 1323,09$$

$$BC = \sqrt{1323,09} = 36,37 \text{ d'où } BC = 36,4 \text{ cm}$$

- 2) D'après la réciproque du théorème de Pythagore, comme $36,3 \neq 36,4$, la feuille n'est pas de format A4 car elle n'est pas carrée.

Élève 5 :



- 1) $BD = \sqrt{21^2 + 29,7^2} \approx 36,4 \text{ cm}$ (égalité de Pythagore dans le triangle ABD rectangle en A)

- 2) $AB^2 + AD^2 = BD^2$

$$21^2 + 29,7^2 = 36,3^2$$

$1323,09 \neq 1317,69$ Donc d'après l'égalité de Pythagore, ABD n'est pas un triangle rectangle en A. Ce n'est pas une feuille de format A4.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez les productions des élèves.

On rappelle qu'actuellement le PO de la classe de Quatrième précise : "On ne distingue pas le théorème de Pythagore direct de sa réciproque (ni de sa forme contraposée). On considère que l'égalité de Pythagore **caractérise** la propriété d'être rectangle."

Élève 1 :

Cet élève a implicitement trouvé 36,3cm pour longueur approchée d'une diagonale. Il ne donne aucune justification du fait que la valeur mesurée par Géraldine étant égale à ce qu'il a calculé, cela justifie que la feuille est au format A4.

Élève 2 :

Assez curieusement cet élève parle de 4 diagonales et il trouve deux valeurs distinctes calculées (peut-être les approximations par excès et par défaut?). La valeur mesurée par sa camarade étant conforme à ses valeurs, il considère que la preuve est donnée. Ici aussi, les justifications liées au résultat de Pythagore sont absentes.

Élève 3 :

Cet élève commet une erreur de calcul : il calcule $21^2 + 29^2$ au lieu de $21^2 + 29,7^2$. Par contre, sa conclusion est cohérente. Il imagine même une possibilité géométrique qui serait compatible avec les mesures de sa camarade : la feuille serait un parallélogramme.

Élève 4 :

Cet élève distingue énoncé direct et énoncé réciproque du théorème de Pythagore. Mais, il applique la réciproque avec une rigueur qui ne tient pas compte des incertitudes de mesure et des arrondis qu'elles imposent. Il faudrait revenir avec lui sur la notion de valeur approchée d'une grandeur.

Élève 5 :

Le calcul directe est correct avec un arrondi par excès. Mais, pour cet élève aussi - qui fait pourtant une utilisation de l'énoncé de Pythagore conforme au programme en vigueur - l'imprécision relative de la mesure faite par Géraldine le conduit à déclarer la feuille non conforme au format A4.

2- Corrigez cet exercice comme vous le feriez devant une classe dont vous préciserez le niveau.

Voir ci-dessus.

3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème *Géométrie plane*.

Exercice 1 : (Collège)

Soit d une droite, A et B deux points distincts non situés sur d . Quel est le point M de d qui donne à la somme $MA + MB$ une valeur minimale ?

On pourra utiliser un logiciel de Géométrie dynamique pour illustrer la situation et conjecturer un résultat qu'il faudra ensuite justifier.

Exercice 2 : (Première)

Soit C un demi cercle de rayon unité. On inscrit dans C un rectangle dont un côté est porté par le diamètre du demi-cercle et dont les deux autres sommets sont sur le demi-cercle. Quel est le rectangle d'aire maximale que l'on put ainsi inscrire dans C ? Justifier.

Remarque : ici aussi, l'utilisation d'un logiciel de Géométrie dynamique sera utile à la formulation d'une conjecture.